

Eesti LXVI matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
10.jaanuaril 2019. a Tallinnas
XI klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Klassi õpilastest 44% õpivad jaapani keelt, 40% õpilastest õpib saksa keelt ja 56% õpilastest õpib prantsuse keelt. 48% õpilastest õpib ainult ühte keelt. Mitu õpilast ei õpi ühtegi keelt, kui on teada, et ainult 1 õpilane õpib kõiki keeli ning vähemalt ühte keelt õpib mitte rohkem kui 93% õpilastest.
2. Lahenda võrrand: $\sqrt{x^2 - 3x} + \sqrt{x^2 - 3x - 3} = \sqrt{x^2 - 3x + 5}$
3. Leia kõik positiivsed täisarvud a ja b mille korral avaldise $2a^2 - 3ab + b^2$ väärtus on 2019.
4. Ristkülikus $ABCD$ on läbi punkti B tõmmatud kaks ristuvat sirget. Esimene sirge lõikab külge AD punktis K . Teine sirge lõikab külge CD pikenduse punktis L . Sirged KL ja AC lõikuvad punktis F . Tõesta, et sirged BF ja KL on risti.
5. Väljaku 8×8 kõik 64 ruutu on värvitud valgeks. Milline on minimaalne ruutude arv, mida tuleks värvida mustaks, et väljaku iga 1×3 ristküliku sees oleks vähemalt üks must ruut.